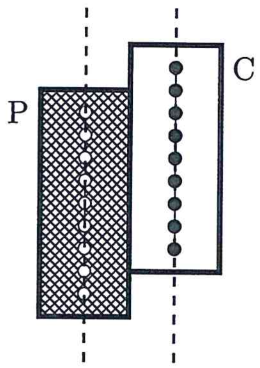
SCUOLA SUPERIORE DI STUDI UNIVERSITARI
E DI PERFEZIONAMENTO SANT'ANNA

CONCORSO DI AMMISSIONE AL I ANNO - PROVA SCRITTA DI MATEMATICA
1 SETTEMBRE 2016

> Si ricorda che i passaggi devono essere *adeguatamente* giustificati. Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.

Esercizio 1. Una rastrelliera di prese è costituita da una base di plastica rettangolare molto lunga e di larghezza l. Al centro della base sono fissate n prese a distanza h l'una dall'altra. Una rastrelliera di prese P ed una di carichi C vengono fissate, longitudinalmente e mediante una guida che corrisponde al loro asse, a due binari che distano l tra loro e lasciate libere di scorrere verticalmente.



Si desidera connettere tutte le prese della rastrelliera C dei carichi ad alcune (non necessariamente tutte) di quelle della rastrelliera P tenendo conto dei seguenti fattori:

(a) il filo per le connessioni costa β per unità di lunghezza;
(b) ciascuna presa di P sopporta al massimo il carico di 2 prese di C;
(c) uno sdoppiatore è puntiforme, non costa niente e può essere inserito in qualsiasi punto del cavo di connessione;
(d) connettersi ad una presa di P costa $\alpha = \beta/3$.

1. Per n pari, si decida, al variare di l, h, β quali sono le configurazioni di connessione più economiche.

2. Si analizzi, in modo qualitativo se non fosse possibile calcolare con esattezza le soglie, il caso n dispari.

Esercizio 2. Si desidera coprire completamente un cerchio nero di raggio r con quadrati bianchi di lato ℓ, anche sovrapponendoli se utile. Sia $N(r,\ell)$ il numero minimo di quadrati necessari per coprire il cerchio.

Si determini:

1. una stima per eccesso di $N(r,\ell)$, in funzione di r e ℓ;
2. una stima per difetto di $N(r,\ell)$, in funzione di r e ℓ;
3. una stima per difetto del massimo r tale che $N(r,\ell) \leq 1$, in funzione di ℓ;
4. una stima per difetto del massimo r tale che $N(r,\ell) \leq 2$, in funzione di ℓ;
5. una stima per difetto del massimo r tale che $N(r,\ell) \leq 3$, in funzione di ℓ.

NB: la valutazione dell'esercizio sarà crescente con la qualità delle stime proposte.

Esercizio 3. La Scuola Sant'Anna vuole allestire una lotteria tra i propri studenti. Chi vuole giocare compra un biglietto e la sua vincita viene determinata nella maniera seguente: vengono posizionate due urne uguali, ognuna delle quali contiene 10 palline, numerate da 0 a 9, il giocatore estrae a caso una pallina da ognuna delle due urne e riceverà una vincita in Euro pari al prodotto dei numeri estratti.

1. Determinare il prezzo minimo del biglietto (in Euro) per cui in media la Scuola non andrà in perdita allestendo la lotteria.
2. Approfittando della distrazione dei commissari, uno studente sposta per scherzo una pallina, presa a caso, da un'urna all'altra; stabilire il prezzo minimo del biglietto, come sopra, in questa nuova situazione.

SCUOLA SUPERIORE DI STUDI UNIVERSITARI
E DI PERFEZIONAMENTO SANT'ANNA

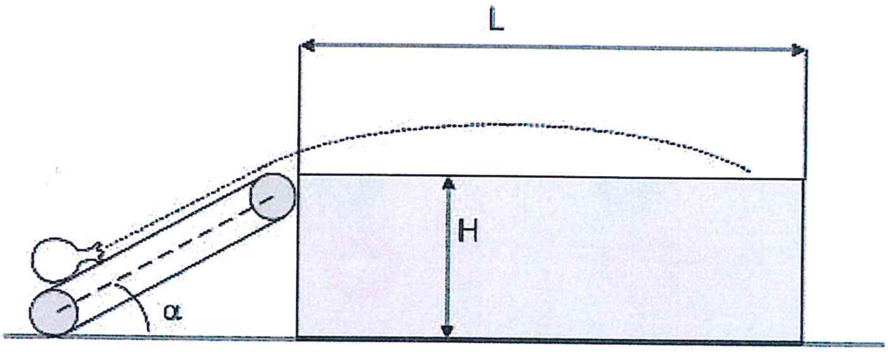
CONCORSO DI AMMISSIONE AL I ANNO

PROVA SCRITTA DI FISICA

2 SETTEMBRE 2016

Si ricorda che i passaggi devono essere adeguatamente giustificati. Ogni esercizio verrà valutato in base alla correttezza ed alla chiarezza delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.

Esercizio 1. Un contadino ha necessità di caricare un sacco di grano di massa m = 20 kg dal terreno su un piano rialzato, posto ad un'altezza H = 3 m, servendosi di un nastro trasportatore che si muove a velocità costante, come mostrato in figura. Si consideri un coefficiente di attrito statico (aderenza) $\mu_s = 0.8$ e di attrito dinamico $\mu_d = 0.5$ tra il nastro trasportatore ed il sacco.



1. Si calcoli l'angolo massimo α di inclinazione ammissibile del nastro.
2. Per il valore di α calcolato nel punto 1) si determini la velocità del nastro trasportatore e la potenza W richiesta al motore del nastro per depositare nel minor tempo possibile il sacco di grano sul piano in funzione della lunghezza L.
3. Supponendo che il nastro si muova con la velocità calcolata nel punto 2), si determini, nel caso di lunghezza L infinita, la probabilità che il sacco venga depositato sul piano, nell'ipotesi in cui il nastro trasportatore si blocchi a causa di un black-out di corrente e si arresti completamente nell'arco di tempo T = 0.1 sec.

Esercizio 2. Un tubo di sezione quadrata e lato t=340 mm (rappresentato in basso in figura 1) contiene acqua che si muove con portata Q costante. Per regolare la velocità del fluido in uscita viene istallato un regolatore centrifugo composto da due masse sferiche (M) sostenute da 4 bracci di massa trascurabile di lunghezza L=200 mm, in grado di regolare l'apertura di un setto posto sotto di esso. Al variare della velocità di rotazione dell'albero a cui sono agganciate le masse, le braccia sollevano il setto come riportato in Figura 1.

1. Sapendo che alla velocità di rotazione ω_1 l'inclinazione delle braccia è $\theta_1=\pi/6$ e il setto occlude il tubo per metà, a che velocità ω_2 deve ruotare l'albero (senza attrito) per diminuire del 15% la velocità del fluido in uscita?
2. E se invece il tubo fosse lo scarico di un lago la cui superficie è posta ad un'altezza h = 10m rispetto al tubo (Figura 2) quale sarebbe la velocità in uscita del fluido nel caso in cui il regolatore girasse a velocità ω_1? E nel caso in cui l'albero girasse alla velocità ω_2?

Si supponga di trascurare tutte le resistenze idrauliche.

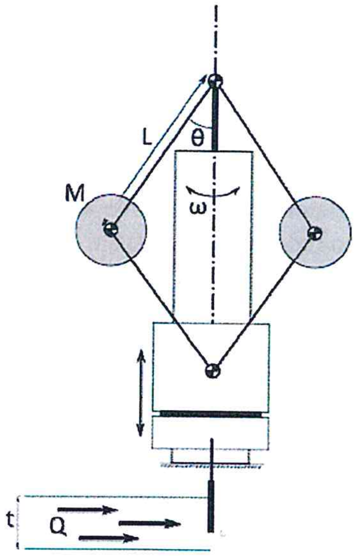


Figura 1

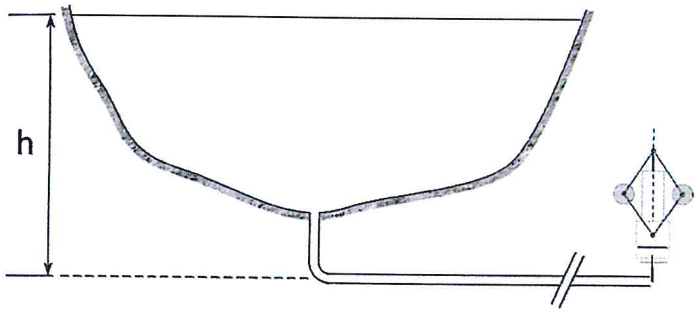


Figura 2

Esercizio 3. Tre punti materiali (P_1, P_2 e P_3) di carica q_1, q_2 e q_3 si trovano disposti al tempo $t = t_0$ sull'asse x come illustrato in figura. q_1 e q_2 sono positive mentre q_3 è negativa. Si assuma che i punti materiali P_1 e P_2 siano vincolati sull'asse x nelle posizioni $P_1(2,0)$ e $P_2(0,0)$ come indicato in figura. Il punto P_3, che ha massa m_3, può muoversi. Al tempo $t = t_0$, il punto P_3 ha velocità v non nulla e diretta parallelamente all'asse y, ed è soggetto a una forza nulla.

Sapendo che q_1=15 μC e q_2=10 μC e supponendo noti q_3 e m_3:

1) si determini la distanza x tra il punto P_3 e il punto P_2;
2) si discuta l'evoluzione del moto del punto P_3 per diversi valori di v.